Vraag	Antwoord	Scores

Een symmetrische gebroken functie

1 maximumscore 3

- $\frac{2}{1+e^x} < \frac{1}{100}$ is (omdat $1+e^x$ positief is voor iedere x) gelijkwaardig met $1+e^x > 200$ — 2
- Dit geeft $e^x > 199$, dus de oplossing is $x > \ln 199$ — 1

of

- $\frac{2}{1+e^x} = \frac{1}{100}$ is gelijkwaardig met $1+e^x = 200$ — 1
- $e^x = 199$ geeft $x = \ln 199$ — 1
- De oplossing is $x > \ln 199$, met toelichting — 1

2 maximumscore 4

- De afgeleide van $2x - 2\ln(1+e^x)$ is $2 - 2 \cdot \frac{1}{1+e^x} \cdot e^x$ — 2
- $2 - 2 \cdot \frac{1}{1+e^x} \cdot e^x = \frac{2(1+e^x) - 2e^x}{1+e^x} = \frac{2}{1+e^x}$ $(= f(x))$ — 2

3 maximumscore 5

- De gevraagde oppervlakte is $\int_0^{\ln 3} f(x)\,dx = \left[2x - 2\ln(1+e^x)\right]_0^{\ln 3}$ — 1
- Als $x = \ln 3$ dan $2x - 2\ln(1+e^x) = 2\ln 3 - 2\ln 4$ — 1
- Als $x = 0$ dan $2x - 2\ln(1+e^x) = -2\ln 2$, dus de gevraagde oppervlakte is $2\ln 3 - 2\ln 4 + 2\ln 2$ — 1
- $2\ln 3 - 2\ln 4 + 2\ln 2 = \ln 9 - \ln 16 + \ln 4$ (of: $2\ln 3 - 2\ln 4 + 2\ln 2 = 2(\ln 3 - \ln 4 + \ln 2) = 2\ln(\frac{3}{4} \cdot 2)$) — 1
- $\ln 9 - \ln 16 + \ln 4 = \ln(\frac{9}{16} \cdot 4) = \ln \frac{9}{4}$ (of: $2\ln(\frac{3}{4} \cdot 2) = \ln(\frac{3}{2})^2 = \ln \frac{9}{4}$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

4 maximumscore 5

- $f(-x) = \dfrac{2}{1+\mathrm{e}^{-x}}$ 1
- Dus $f(x) + f(-x) = \dfrac{2}{1+\mathrm{e}^{x}} + \dfrac{2}{1+\mathrm{e}^{-x}} = \dfrac{2(1+\mathrm{e}^{-x}) + 2(1+\mathrm{e}^{x})}{(1+\mathrm{e}^{x})(1+\mathrm{e}^{-x})}$ 1
- De teller is gelijk aan $2(\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{-x} + 2)$ 1
- De noemer is gelijk aan $1 + \mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^{x} + 1 = \mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{-x} + 2$ 1
- Dit geeft $f(x) + f(-x) = \dfrac{2(\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{-x} + 2)}{\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{-x} + 2} = 2$ en dus $\dfrac{f(x) + f(-x)}{2} = 1$ 1

of

- $f(-x) = \dfrac{2}{1+\mathrm{e}^{-x}}$ 1
- Teller en noemer vermenigvuldigen met e^{x} geeft $f(-x) = \dfrac{2\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x}+1}$ 2
- Dit geeft $f(x) + f(-x) = \dfrac{2}{1+\mathrm{e}^{x}} + \dfrac{2\mathrm{e}^{x}}{1+\mathrm{e}^{x}} = \dfrac{2+2\mathrm{e}^{x}}{1+\mathrm{e}^{x}} = 2$, dus
  $\dfrac{f(x) + f(-x)}{2} = 1$ 2